

Convocatoria 2007: “*Conocer para incidir sobre los aprendizajes escolares*”

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:** “*La validación en las clases de Matemática. Condiciones y posibilidades en el marco de una articulación entre Formación Inicial y Capacitación en Servicio*”  
**Código del proyecto: 311**

**LA VALIDACIÓN EN LAS CLASES DE MATEMÁTICA.  
DIFICULTADES Y POSIBILIDADES EN LA GESTIÓN DE LAS  
CLASES**

**Equipo de Investigación**  
**Directora: Edith Gorostegui**  
**Cristina Camerano**  
**Clara Barrionuevo**

**Instituto de Formación Docente “Dr Juan Pujol**  
**Marzo 2008**

## INDICE

RESUMEN.....	1
PALABRAS CLAVES .....	1
INTRODUCCIÓN.....	1
Estado del arte.....	2
Metodología e instrumentos utilizados.....	3
DESARROLLO	
ALGUNAS PRECISIONES ACERCA DE LAS CONDICIONES EN QUE SE DESARRROLLAN LAS CLASES REGISTRADAS.....	5
Los docentes y practicantes a cargo de las clases registradas.....	5
Los Alumnos.....	6
Las Situaciones.....	6
ANÁLISIS DE ALGUNAS INTERVENCIONES DOCENTES Y SU INCIDENCIA EN EL PROCESO DE VALIDACIÓN.....	7
CASO 1 El proyecto del docente y la producción de los alumnos.....	7
CASO 2 El contenido en juego y el desarrollo de capacidades de resolución de problemas.....	11
CASO 3 Los alumnos validan sus procedimientos.....	15
Episodio 1	16
Episodio 2	17
CONCLUSIONES	18
Las anticipaciones y su incidencia en la gestión docente	19
Algunas intervenciones docentes que facilitan el traspaso de la responsabilidad de validación de los docentes hacia los alumnos	20
Algunos conocimientos de los practicantes y docentes observados como necesarios para la gestión de la validación dentro del modelo propuesto	20
REFLEXIONES FINALES	20
BIBLIOGRAFÍA	21

## **“La validación en las clases de Matemática. Dificultades y posibilidades en la gestión de las clases”**

### **RESUMEN**

El objetivo de esta investigación es identificar las estrategias de gestión que utilizan los docentes cuando se proponen que sus alumnos se involucren en la validación de lo producido en clase, y las dificultades para lograrlo.

Los resultados permiten mostrar la complejidad del proceso de aprendizaje de los docentes y practicantes que intentan dejar un modelo de enseñanza que guarda para ellos la responsabilidad de decir qué está bien o mal. En particular, muestra la complejidad del nuevo modelo ¿qué es necesario saber respecto del contenido, de las situaciones propuestas y de los conocimientos de los alumnos para llevar adelante la propuesta?, ¿qué significa anticipar posibles respuestas de los niños y temas de discusión?, ¿de qué manera y con qué tipo de preguntas se facilita la devolución de la responsabilidad de validación a los alumnos?

Se pudo constatar que organizan la clase con una estructura que crea condiciones de posibilidad para que sean los alumnos los que validen. Parte de las dificultades que enfrentan en la gestión de esta validación se relaciona con la persistencia de un modelo tradicional respecto de su rol, y con la posibilidad de relacionar las cuestiones que anticiparon, con las que surgen en la clase.

### **PALABRAS CLAVES**

“Validación” “Confrontación” “Gestión de la clase”

### **INTRODUCCIÓN**

La tarea de otorgar el estatus de válido a un procedimiento, a una respuesta o a un resultado que se elabora en la clase, tradicionalmente estuvo reconocida como propia del docente. Sin embargo, la validación de lo producido en la clase es parte fundamental del proceso de construcción de un conocimiento matemático, y la práctica de la fundamentación explícita es uno de los aspectos formativos de la matemática. Visto desde la enseñanza, la validación es una actividad que debería estar a cargo de los alumnos.

Un producto -no deseado- de las transformaciones ocurridas en la enseñanza en los últimos años, que otorgan un mayor margen de acción y autonomía a los alumnos es que, en muchos casos, se ha desdibujado el lugar, momento y forma de identificar el conocimiento correcto y de la asignación de responsabilidades en este proceso.

Ahora bien, posicionarse en la perspectiva de lograr que los alumnos tengan un rol

protagónico en la determinación de qué está bien y qué está mal -a través del análisis y discusión de lo que hicieron- exige una gestión de la clase que está lejos de ser sencilla y, por el contrario, le implica grandes dificultades al docente. Es una tarea muy difícil porque en la clase el docente, por un lado, debe organizar las interacciones entre los alumnos de manera tal que sean ellos los que analicen y argumenten a propósito de la adecuación de lo realizado pero, por otro lado, debe mantener el rol de garante de lo que se concluye.

El objetivo principal de esta investigación es identificar las estrategias de gestión de la clase que utilizan determinados docentes y practicantes cuando se proponen que sus alumnos se involucren en la validación de lo producido en clase, y las dificultades con que los enfrenta.

### **Estado del arte**

En el área de la Didáctica de la Matemática existen numerosos trabajos referidos al papel que cumple el proceso de validación en el aprendizaje de la Matemática. Este tema se instala a partir de la TSD<sup>1</sup> propuesta por Brousseau (1986). Este autor concibe el proceso de validación como parte fundamental del proceso de construcción del conocimiento matemático, y diseña situaciones que ubican a los alumnos en el rol de juzgar la validez de lo que hacen.

Otros estudios relativos a las condiciones de la validación son los realizados por: Yackel y Cobb. (1996) en: “Normas sociomatemáticas, argumentación y autonomía en matemática”, Balacheff (1987) en: “Procesos de prueba y situaciones de validación” y Arsac (1992) en: “Initiation au raisonnement dèductif au collège”.

Yackel y Cobb (1996) aportan criterios para el análisis de las observaciones de clases de matemática e intentan explicar cómo los alumnos desarrollan creencias y valores matemáticos y cómo, a consecuencia de ello, se vuelven intelectualmente autónomos. Presentan la noción de normas socio-matemáticas concebidas como los aspectos normativos de las discusiones que son específicos de la actividad matemática de los alumnos, analizan la construcción de dichas normas y el rol del docente en ellas.

Balacheff (1987) analiza las motivaciones de los sujetos para producir pruebas y el tipo de pruebas que ellas podrían generar; examina el papel de las contradicciones, de la interacción social y del deseo de certeza en esta producción, y la relación de estos aspectos con la enseñanza. Habla de diferentes motores desencadenantes de procesos de prueba. En situaciones de aprendizaje, la **contradicción** sería uno de ellos. La idea es que la toma de conciencia de una contradicción es lo que provocaría un desequilibrio y una nueva

---

<sup>1</sup> TSD: Teoría de las Situaciones Didácticas.

acomodación en el sentido piagetiano del aprendizaje.

Se ha tomado de la obra de Arsac (1987) el planteo que hace respecto de la relación entre incertidumbre acerca de la verdad de un enunciado y producción de pruebas: *“involucrarse en un proceso de prueba para convencer supone que haya una incertidumbre en cuanto a la validez de la conjetura producida, pero esta incertidumbre no es suficiente...Para involucrarse en un proceso de prueba tiene que haber un desafío que incite a eliminar la incertidumbre”* (Arsac, 1992; 9)

Tanto el concepto de contradicción de Balacheff, como el de incertidumbre de Arsac, constituyen el marco en el que se asientan las interpretaciones y decisiones respecto de las situaciones y de la gestión de las clases que se analizan en este trabajo. Tal como se explicita más adelante, las situaciones que se analizan fueron elegidas en coherencia con la necesidad de crear las condiciones para producir una contradicción e incertidumbre acerca de los procedimientos y respuestas de los alumnos, provocando así que sean ellos los que se coloquen en posición de elaborar argumentos para determinar la validez de lo que se discute en clase.

La investigación desarrollada por la Mgter. Irma Saiz en la Universidad Nacional de Misiones (2001-2003): *“La gestión de lo verdadero y lo falso en los primeros años de aprendizaje de la Matemática”* resultó decisiva a la hora de definir la temática a abordar y el marco de análisis en el que se inscribiría el presente trabajo.

Otro antecedente importante lo constituye la investigación: *“Validación y producción de conocimientos sobre interpretaciones numéricas”* de Quaranta y Tarasow (2004; 219-234). En ella, sus autoras reflexionan acerca del impacto posible que podrían tener los procesos de validación sobre los aprendizajes numéricos de los alumnos. La característica fundamental de los procesos de validación a los que hacen referencia consiste en introducir a los alumnos en la producción de criterios para probar si sus afirmaciones son correctas o erróneas.

A estos antecedentes se suman las experiencias y trabajos que, en los últimos cuatro años, los integrantes de este equipo de investigación vienen desarrollando. Estos son: *“¿Qué Matemática vive hoy en las aulas de EGB3? Una aproximación a la complejidad del aula: condicionantes que influyen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina”*<sup>2</sup> (Saiz, Gorostegui, Barrionuevo y otros); *“Estudio de las condiciones de funcionamiento de un sistema didáctico orientado hacia la entrada de los alumnos al razonamiento deductivo”*

---

<sup>2</sup> Investigación en proceso. Convocatoria PICTO 2005. Directora: Mgter Irma Saiz. Participan por ISFD “Dr. Juan Pujol”: Edith Gorostegui y Clara Barrionuevo.

(Gorostegui, 2007); *“La producción de argumentos de tipo deductivos en clase a propósito de los criterios de congruencia de triángulos”* (Barrionuevo, 2008).

Gorostegui (2007) estudia el modo particular de validar en Matemática (las demostraciones) y sus adecuaciones, atendiendo al nivel en el que se pretende tratarla. Parte del supuesto de que una enseñanza que sólo se limita a “mostrar” a los alumnos cómo se hace una demostración, no permite poner en discusión lo que está en juego cuando se la realiza. Analiza el papel central del docente en la gestión de la clase para lograr que los alumnos asuman que estudiar matemática implica producir, confrontar, plantearse preguntas, tener criterios para la toma de decisiones, etc.

Barrionuevo (2007) estudia los “argumentos” que se producen en clases de matemática que, si bien constituyen formas de validación menos formales que las llamadas demostraciones, también se rigen por normas y reglas que otorgan el marco para dar el status de verdadero a diferentes afirmaciones. Lo particular de estas normas y reglas matemáticas es que son construidas localmente (para la microsociedad clase), en función de acuerdos, a partir de la interacción entre docentes y alumnos en la clase.

### **Metodología e instrumentos utilizados**

Esta investigación se enmarca en una lógica cualitativa, en el área de la Didáctica de la Matemática de la escuela francesa. Como metodología de investigación se adoptan recursos de la micro-ingeniería (Artigue, M. y otros, 1995), cuyo esquema experimental está basado en el estudio de secuencias didácticas en clase. No se trata de un estudio comparativo con validación externa, como habitualmente se conciben las experimentaciones, sino que se ubica en el registro de estudios de caso. En el que se presenta en este trabajo, se hace un análisis de tipo descriptivo-explicativo de lo que sucede en clase, a propósito del trabajo de docentes y practicantes con grupos de alumnos a los que se les propone situaciones potencialmente generadoras de procesos de validación, pero que requieren, para que este juego sea posible, la intervención docente en tal sentido.

La información que se analiza se obtuvo, básicamente, de dos fuentes: los registros de clases (filmaciones y registros etnográficos) y las producciones individuales y grupales de los alumnos durante el desarrollo de las clases.

Con el objeto de contar con un marco en el análisis para cada una de las clases observadas, se realizó un estudio particular de las cuestiones didáctico-matemáticas que podrían estar implicadas en la tarea propuesta a los alumnos, junto con las posibilidades de validación que ellas ofrecen.

Para analizar el papel del docente en el proceso de producción estudiado, se hace un seguimiento de sus intervenciones, especialmente, durante las confrontaciones: preguntas que realiza, afirmaciones, etc. Se realiza idéntico seguimiento de los alumnos; interesan sus respuestas a las situaciones con las que trabajan, sus afirmaciones, argumentaciones, etc. particularmente, durante el trabajo colectivo en interacción con sus pares y el docente.

Las interpretaciones y conclusiones que se extraen se realizan desde los conceptos desarrollados en la TSD. Esta teoría ofrece un conjunto de conceptos que son los que permiten analizar y comprender los hechos observados y validar las conclusiones extraídas en el marco de este estudio.

## **DESARROLLO**

### **ALGUNAS PRECISIONES ACERCA DE LAS CONDICIONES EN QUE SE DESARROLLAN LAS CLASES REGISTRADAS**

#### **Los Docentes y Practicantes a Cargo de las Clases Registradas**

La formación didáctica de los practicantes y docentes cuyas clases se analizaron se basa en la escuela francesa de la Didáctica de la Matemática. En diferentes espacios curriculares, y especialmente, en una importante porción de las actividades que se llevan a cabo en las cátedras de práctica y residencia, se realiza el análisis didáctico de diferentes secuencias (estudio del contenido puesto en juego, variables didácticas intervinientes, anticipación de procedimientos de resolución que habilita cada actividad en función de dichas variables, posibilidades de devolución, organización de interacciones sociales, etc.). Asimismo, se trabaja en la elaboración y puesta en práctica de secuencias de aprendizajes en las que sea posible lograr el traspaso a los alumnos de la responsabilidad de validar lo producido en la clase.

Del mismo modo, los docentes seleccionados para esta investigación participaron de reuniones de preparación de las clases. En ellas se analizaron las posibilidades de resolución que habilitaban las actividades, en relación a las características de las mismas y a los conocimientos de los niños. A partir de esas anticipaciones, se previeron posibles intervenciones con el objetivo de ponerlas en discusión y así recuperar las principales cuestiones del conocimiento puesto en juego que las situaciones problematizan.

Se entiende que esta historia de conocimientos que posee el grupo de practicantes y docentes observados, condiciona favorablemente la posibilidad de una gestión de la clase en la que se logre el traspaso de la responsabilidad de la validación, hacia los alumnos. Asimismo, propicia la evaluación de las dificultades que se presentan en el complejo entramado de

condiciones que se ponen en acto en el proceso de gestión del debate realizado por el docente en la clase.

### **Los Alumnos**

Los alumnos con los que se trabajó son de 6to. y 7mo. año que, si bien tienen conocimientos sobre fracciones, éstos consisten en definiciones y reglas que esconden su significado y funciones.

En relación con las normas y reglas sociales de trabajo instaladas en los grupos analizados, se observó que tienen escasa experiencia de trabajo en grupos con dinámica de participación de todos los integrantes; las resoluciones de problemas o ejercicios se dan, mayoritariamente, en forma colectiva en el pizarrón, o consisten en la búsqueda individual de reproducción de técnicas proporcionadas en clase. Sus experiencias de validación más comunes son contrastaciones con resultados o procedimientos correctos expuestos en el pizarrón, a modo de correcciones colectivas.

### **Las Situaciones**

Las secuencias de clases puestas en práctica exponen tanto contextos cotidianos o de juegos, como contextos netamente matemáticos. Con ello se busca recuperar relaciones simples entre fracciones usuales y sencillas como  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $1 \frac{1}{2}$ , factibles de que los alumnos las tengan disponibles a partir de su uso cotidiano ( $\frac{1}{2}$  kg de helado,  $\frac{3}{4}$ kg de pan, etc.), de manera de posibilitar, a partir de allí, la construcción de la idea de fracción.

La recuperación de ciertos conocimientos sobre las relaciones entre las fracciones usuales y el entero, y determinadas relaciones entre ellas (2 de  $\frac{1}{2}$  forma un entero, 2 de  $\frac{1}{4}$  es lo mismo que  $\frac{1}{2}$ , etc.) constituye, para este equipo de investigación, el punto de partida para que los alumnos elaboren recursos genuinos de resolución.

Las situaciones propuestas, por sus características, no ofrecen en sí mismas retroacciones que permitan extraer informaciones sobre la corrección o incorrección de los procedimientos de resolución y respuestas elaboradas. Las posibilidades de validación se asientan, fundamentalmente, en la vuelta sobre las acciones realizadas durante el proceso de resolución y la búsqueda de argumentos para dar cuenta de ellas.



## ANÁLISIS DE ALGUNAS INTERVENCIONES DOCENTES Y SU INCIDENCIA EN EL PROCESO DE VALIDACIÓN

Todas las clases analizadas presentan una estructura común - acorde con lo trabajado en la cátedra y en las reuniones de preparación con los docentes – que consiste básicamente en que:

- Los alumnos resuelven la actividad en cuestión en pequeños grupos. En términos generales, el docente sólo interviene para aclarar consignas y dar indicaciones sin inmiscuirse en el trabajo de los alumnos.
- El docente selecciona algunas de las resoluciones realizadas por diferentes grupos y las transcribe en el pizarrón.
- Se realiza un debate colectivo sobre respuestas y los procedimientos con el objeto de validarlos. El docente establece el orden de los procedimientos a discutir basándose en algún tipo de criterio particular, dependiendo del tipo de problema del que se trate.

### CASO 1: El proyecto del docente y la producción de los alumnos

En esta clase se plantea a los alumnos la resolución de una **partida simulada** de un juego de cartas con fracciones (con representaciones gráficas de  $1/4$ ,  $1/2$ ,  $1/8$ ). El juego consiste en formar enteros utilizando una carta de las que cada jugador tiene en la mano, y la mayor cantidad posible de las que están en la mesa.

*Milagros tiene tres cartas iguales y sobre la mesa están  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/2$ . Si Milagros puede levantar todas las cartas de la mesa ¿cuáles son sus cartas?*

Este tipo de situaciones son enunciados de problemas que simulan una partida particular de juego problematizando casos de ocurrencia común en la puesta en práctica, o haciendo surgir cuestiones y estrategias de juego interesantes que, si bien podrían presentarse en alguna partida, no está garantizada su aparición por el sólo hecho de jugar. Al estar muy ligadas al juego desarrollado, estas situaciones permiten que los alumnos se apoyen en recursos y experiencias surgidas allí, generando un repertorio de estrategias de base muy útil para la resolución de estos problemas.

Los enunciados generalmente son sencillos y cortos y, por hacer referencia al juego que “todos conocen”, contienen información implícita (como las reglas del juego). El trabajo en clase con la lectura e interpretación de dicha información agrega un aspecto interesante a las confrontaciones que son tenidas en cuenta, tanto en las anticipaciones realizadas, como al analizar los registros.

### Problemática particular de la partida simulada propuesta en este fragmento de registro

Como se adelantara, las partidas simuladas, en tanto problemas, proponen un primer desafío para el alumno relacionado con la **representación de la situación y las condiciones que ella impone**. En este caso, implican entender: que Milagros tiene tres cartas iguales en la mano, que si bien tiene tres cartas, se levanta únicamente con una de las de su mano, que levanta todas las cartas de la mesa con la suya, y cuáles son las cartas que están en la mesa. **Otra particularidad de esta situación** es que con cualquiera de las cartas posibles de tener en la mano ( $1/4$ ,  $1/2$ ,  $1/8$ ), puede formarse un entero con las de la mesa; sin embargo, para armar un entero *utilizando todas las cartas* de la mesa sólo existe una carta posible:  $1/8$ .

La practicante selecciona para analizar estas resoluciones:

<p>A) <b>Juliana</b> escribió: <i>Milagros puede levantar todas las cartas de la mesa con la carta que tiene en su mano que es <math>1/8</math>. <math>1/8</math>, <math>1/8</math> <math>1/8</math> <math>1/2</math></i></p> <p>B) <b>René</b> escribió: <i>Rta: Milagros tiene <math>1/4</math>; <math>1/8</math>; <math>1/2</math>; en la mano tiene que levantar <math>1/4</math> y <math>1/2</math> para completar</i> <i>Solución <math>1/4</math> tiene Milagro en la mano</i> <i><math>1/4</math> de la mesa</i> <i><math>1/2</math> “ “ “</i> <i>1</i></p> <p>C) <b>Verónica</b> escribió <i>Las cartas iguales de Milagros son:</i></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>1/8</math></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>1/8</math></td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>1/8</math></td></tr></table> <p><i>Las cartas que puede levantar para formar el entero son <math>1/4</math> ; <math>1/2</math></i> <i>Rta: Las cartas de ella son <math>1/4</math> ; <math>1/4</math> ; <math>1/2</math></i></p>	$1/8$	$1/8$	$1/8$
$1/8$	$1/8$	$1/8$	

### En la selección realizada puede verse que la practicante elige para discutir

A) Una resolución cuya respuesta sobre las cartas que podría tener Milagros es correcta, pero las cartas que levanta no coinciden con las de la mesa.

B) Una resolución en la que los alumnos interpretan que cuando se dice que “Milagros tiene 3 cartas iguales”, sus cartas son iguales a las de la mesa.

C) Una resolución cuya respuesta sobre las cartas que podría tener Milagros es correcta, pero la manera como forma el entero es incoherente con esta respuesta.

Las dificultades expuestas en las resoluciones seleccionadas **coinciden con las problemáticas anticipadas** y, entendiendo que esta selección fue atendiendo a esa coincidencia, lo que se esperaría de la practicante es que en el debate colectivo ponga en cuestión cada una de las resoluciones con el objeto de tratarlas con la clase. De este modo, buscaría que los alumnos se introduzcan en esas cuestiones y agreguen luz a cada una de ellas, elaborando argumentos acerca de la adecuación de las respuestas dadas y los procedimientos empleados, teniendo como elemento de contraste las condiciones que plantea la consigna.

Sin embargo, en el siguiente fragmento se puede ver que la gestión de la practicante, aunque circunda dichos temas, se separa de los procedimientos expuestos en el pizarrón.

1. P: <b>Fernando, leé lo que escribió Juliana.</b>	<b>20. P: Camila ¿Qué cartas tiene Milagros?</b>
2. Fernando: (Lee), Milagros puede levantar....	<b>21. Camila:</b> 1/8
<b>3. P: ¿Está bien o está mal?</b>	<b>22. P: ¿Por qué? ¿Qué tiene que hacer Milagros?</b>
4. A: No contestan	23. Camila: Levantar todas las cartas de la mesa
<b>5. P: ¿Cuál era la pregunta del problema 3?</b>	<b>24. P: ¿Cómo lo tienen que hacer?</b>
6. (Los A leen el enunciado)	25. Fernando: 1/8; 1/8=1/4 1/8; 1/8=1/4 ¼;1/4=1/2;
7. Facundo: 1/8 (dá la respuesta del problema)	½= 1E
8. <b>P: ¿Dónde dice eso?</b>	<b>26. P: ¿Por qué la carta de Milagros es 1/8?</b>
9. A: No responden	27. Eduardo: porque es la única con la que puede
<b>10. P: Facundo ¿Cuál es la carta que tiene Milagros?</b>	levantar todas las cartas de la mesa.
11. A: 1/8	<b>28. P: ¿Qué pasa si tenía ¼?</b>
<b>12. P: ¿Por qué?</b>	29. A: ¼∠ ¼ ½
13. Facundo: Porque tiene 1/8	<b>30. P: ¿Qué pasa si tiene ½?</b>
<b>14. P: Victoriano, ¿por qué tiene 1/8 Milagros?</b>	31. A: ½; ½
15. Victoriano: porque tiene 3 cartas iguales en la mesa	<b>32. P: ¿Con ¼ puedo levantar las cartas de la mesa?</b>
<b>16. P: Gisela, entonces ¿Qué cartas tenía Milagros en la mano?</b>	33. Facundo: No
17. Gisela: 1/8	<b>34. P: ¿Tienen ¼ en la mesa?</b>
<b>18. P: René ¿Por qué Milagros tenía 1/8 en la mano?</b>	35. A: No, tienen 1/8
19. René: Milagros tiene en la mano todas iguales a las de la mesa.	<b>36. P: Victoriano, leé lo que escribió Verónica</b>

Al analizar las intervenciones de la practicante en este episodio, se observa que inicia el debate solicitando una apreciación sobre el procedimiento de Juliana expuesto en el pizarrón *¿está bien o mal?* pero, al no recibir respuesta de los niños, cambia el cuestionamiento e indaga sobre la pregunta del problema (Interv. 5) y sobre algunas de las respuestas<sup>3</sup>. De este modo, realiza repetidas veces una pregunta a varios niños sin retomar sus respuestas, perdiendo oportunidades de profundizar en el procedimiento expuesto.

Por ejemplo, Victoriano (15) expresa que, según el procedimiento de Juliana, en la mesa habrían 3 cartas de 1/8 y que la carta de Milagros sería también 1/8. Este planteo podría haberle permitido ahondar en un nudo importante que presenta el procedimiento seleccionado referido a las condiciones que establece la consigna, indagando sobre las cartas que según Juliana están en la mesa, para repreguntar a la clase si están de acuerdo con que esas son **las cartas que, según la consigna, están sobre la mesa.**

Del mismo modo, tampoco retoma la respuesta de René (19) que, si bien parece ser la misma que la de Victoriano aludiendo a que Milagros tiene 1/8 y en la mesa hay tres de 1/8, viniendo de este alumno, podría estar referida a que Milagros tendría que tener ¼, ½, y 1/8 porque son

<sup>3</sup> Intervenciones docentes (10), (12), (16), (20)

las mismas que están en la mesa, ya que eso es lo que manifiesta en su procedimiento expuesto junto a otros en el pizarrón. Haber retomado esta respuesta podría haber permitido a la practicante poner en discusión otro de los temas cruciales a los que se hacía referencia al inicio, respecto de la interpretación del enunciado en relación con las cartas de Milagros y si, según la consigna, sería aceptable entender que ella tiene en la mano **cartas iguales a las de la mesa, o si se refiere a cartas iguales entre sí**. Por otra parte, esta discusión hubiera permitido relacionar los procedimientos de Juliana y de René y sacar una conclusión que refiera a los dos.

Sin embargo, la practicante ignora estas respuestas y sigue insistiendo con la misma pregunta, como esperando una respuesta en particular que, al parecer, es que *“la carta de Milagros debe ser  $\frac{1}{8}$  porque es la única que levanta todas las de la mesa”* (27). Es ante esa respuesta que desiste e indaga más sobre las posibilidades que ofrece la situación (28) *“¿Qué pasa si tenía  $\frac{1}{4}$ ?”*, (30) *¿Qué pasa si tiene  $\frac{1}{2}$ ?*, concluyendo que no se pueden levantar todas las cartas de la mesa con  $\frac{1}{4}$  (33), y que en la mesa no hay  $\frac{1}{4}$  (35), pero sin dejar en claro su relación con el procedimiento en cuestión.

Cabe preguntarse aquí, considerando las intervenciones de la practicante: ¿cuál es el tema que le interesaba discutir? Se infiere que pretendía aclarar que **la carta de  $\frac{1}{8}$  es la única con la que se pueden levantar todas las de la mesa**. Sin embargo, esta conclusión no es factible a partir del procedimiento de Juliana ya que utiliza, para armar el entero, cartas que no coinciden con las de la consigna.

Se observa que el procedimiento de Juliana queda desplazado de la escena del debate y, de este modo, se malogra el recurso del registro escrito que se tenía disponible en el pizarrón, a la vez que se restringe la posibilidad de que los niños vuelvan sobre sus procedimientos y respuestas, en busca de recursos de validación de las cuestiones debatidas.

El registro de los procedimientos debería posibilitar que todos los alumnos aporten ideas sobre la misma cuestión, puntualizarlas y acotarlas todo lo que sea necesario para mayor claridad, y también, para generar mejores condiciones para la elaboración de argumentos por parte de los niños.

Se entiende que la practicante, con sus preguntas, intenta introducirse en dificultades propias de la situación propuesta a sus alumnos, demostrando la existencia de un proyecto de enseñanza coherente y elaborado de antemano, al que pretende ajustarse.

Sin embargo, encuentra dificultades en el transcurso de su desarrollo ya que parece esperar recibir de los alumnos determinadas respuestas, posiblemente analizadas en las preparaciones

de las clases, y no logra interpretar los procedimientos ni las intervenciones inesperadas surgidas en el aula, en términos de las anticipaciones realizadas.

En este caso, se observa a una futura docente que está muy sujeta a temas que, al parecer, había previsto antes de la puesta en práctica, pero que a la hora de gestionar debates que los cuestionen a partir de lo producido en clase, no logra introducirse en lo acontecido y sigue aferrada a un libreto que no le posibilita desarrollar e indagar en la creación espontánea de los niños. Según Sadovsky: “...esto lleva al docente a tratar de reproducir la misma trayectoria (reproducción externa) sin que finalmente quede claro para él que se trata de preservar una cierta relación entre la situación y la producción de conocimientos a la que se apunta (reproducción interna)...” (2003; 7).

Una conclusión, elaborada a partir del análisis de esta clase, es que podría pensarse que la practicante se ha apropiado de cierta estructura de organización de la discusión de lo producido por los alumnos, y tiene un proyecto de gestión para su recuperación en relación a las particularidades de la situación planteada y las anticipaciones hechas al respecto. Sin embargo, se le dificulta leer los recursos y procedimientos de los alumnos en términos de conocimientos y aspectos del contenido puesto en juego; esto aleja de los niños la posibilidad de elaborar herramientas de validación a partir de sus recursos genuinos de resolución, ya que no son tenidos en cuenta por la practicante.

## **CASO 2: El contenido en juego y el desarrollo de capacidades de resolución de problemas**

Se trata de una clase en la que se discuten resoluciones del siguiente problema:

*“Ricardo va a la heladería y pide 5kg de helado. El heladero usa 3 potes de  $\frac{1}{2}$  kg y el resto son de  $\frac{1}{4}$  kg. ¿Cuántos potes de  $\frac{1}{4}$  kg necesita para completar los 5kg?”*

Este problema se presenta al comienzo de la secuencia con el objeto de recordar las relaciones entre fracciones más usuales, para luego avanzar sobre otras relaciones. Se espera que los alumnos tengan conocimiento de las relaciones entre enteros, cuartos y medios aunque, es posible, que algunos las tengan equivocadas, o que no las tengan disponibles para usarlas en la resolución de problemas. La actividad presentada debería permitir discutir sobre estas relaciones y problematizarlas.

La docente selecciona cuatro resoluciones que evidencian que los alumnos han comprendido la situación y despliegan estrategias que podrían ser adecuadas para resolver el problema. En ningún caso se consigna la respuesta al problema, esto es: que son necesarios 14 potes de  $\frac{1}{4}$  para completar el pedido.

**Procedimiento 1**

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ kg y } \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ kg}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ kg}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ kg}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ kg}$

} 5kg

**Procedimiento 3**

$14/4 + 3/2 = 5 \text{ Kg}$

**Procedimiento 2**

$\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$

$1 \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad 1$

**Procedimiento 4**

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ y } \frac{1}{2} \text{ kg}$        $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ kg}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ kg}$        $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ kg}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \text{ kg}$

$1 \frac{1}{2} + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = 5 \text{ kg}$

Del análisis de los procedimientos seleccionados podría concluirse que los alumnos han utilizado las relaciones que se pretendía; su problematización podría ser planteada a partir de la discusión de cuál es finalmente la respuesta al problema y cómo lo realizado por cada grupo permite elaborarla. Por otro lado, estos procedimientos ponen en evidencia que los alumnos utilizan recursos de cálculo mental que, en algunos casos, son explicitados y en otros, parte de ellos se dan por supuesto.

Lo que se esperaría de la docente es que en el debate ponga en cuestión cada una de las resoluciones, que guíe la comparación y el contraste entre ellas, de manera tal que lo que aporta una, posibilite la comprensión de lo que está correcto, o no, en la otra; o sea posible deducir lo que está implícito, buscando que los alumnos discutan lo presentado, identifiquen y elaboren argumentos acerca de la adecuación de los procedimientos empleados para hallar la respuesta al problema y de su comunicación (Parra, Saiz, 2007).

- |   |  |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>D:</b> Chicos, ¿entienden lo que hizo Doris aquí?</li> <li>2. <b>A:</b> sumó los potes de medio y le dio 1 kilo y medio</li> <li>3. <b>D:</b> entonces ¿cuánto falta para llegar a 5 kilos?</li> <li>4. <b>A:</b> (vs.) 3 kilos y medio.</li> <li>5. <b>D:</b> Esos 3 kilos y medio los tiene que poner en potes de <math>\frac{1}{4}</math></li> <li>6. <b>D:</b> Acá Doris dice que 4 de <math>\frac{1}{4}</math> es un kilo ¿ustedes que piensan?</li> <li>7. <b>A:</b> Sí, porque <math>\frac{1}{4}</math> más <math>\frac{1}{4}</math> es un medio y otro <math>\frac{1}{4}</math> más <math>\frac{1}{4}</math> es otro medio entonces hay 1 kilo.</li> <li>8. <b>D:</b> y después hay 2 de <math>\frac{1}{4}</math> que es <math>\frac{1}{2}</math>, con dos de <math>\frac{1}{4}</math> más que es el otro medio, entonces este medio con este medio es...</li> <li>9. <b>A:</b> (vs.) un kilo</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>10. <b>D:</b> ¿qué piensa el resto?</li> <li>11. <b>A:</b> (vs) Sí!</li> <li>12. <b>D:</b> hasta acá ¿Cuánto kilos tenemos? (señala hasta la cuarta fila)</li> <li>13. <b>A:</b> 3kilos</li> <li>14. <b>D:</b> ¿Y cuántos más faltan todavía?</li> <li>15. <b>Clase:</b> medio</li> <li>16. <b>D:</b> que esta acá (señala la última suma)</li> <li>17. <b>Si contamos todo, ¿cuántos kilos tenemos?</b></li> <li>18. <b>A:</b> (vs.) 5 kilos</li> <li>19. <b>D:</b> Entonces ¿está bien lo que hizo Doris?</li> <li>20. <b>Clase:</b> Sí, está bien</li> <li>21. <b>D:</b> ¿Cuántos potes de un cuarto se necesitan entonces?</li> <li>22. <b>A2:</b> 14 potes de <math>\frac{1}{4}</math>.</li> </ol> |
|---|--|

Se considera que la pregunta con que la docente inicia el análisis es pertinente para abordar el proceso de análisis. Sin embargo, la pregunta siguiente (Interv. 3) “saca” a los alumnos del procedimiento en cuestión; en ésta no aparece la diferenciación entre “los kilos” que ya se tienen envasados en los potes de medio y los kilos faltantes que deberán ser envasados en

potes de cuartos. En este caso es ella la que, con la pregunta, está justificando y validando la pertinencia de lo que se consigna a continuación. Esta pregunta podría estar derivada de que interpreta que lo que buscaron los alumnos para resolver el problema es determinar cuántos kilos hacen falta para completar los 5 kilos y luego distribuirlos en potes de  $\frac{1}{4}$ . Es ella la que afirma esto, y a partir de allí, lo que pone en cuestión es si con  $\frac{4}{4}$  se forma un kilo y controla la cantidad de kilos que se van formando para inducir, finalmente a los alumnos, que cuenten los potes de  $\frac{1}{4}$  que se usaron.

La ausencia de respuesta al problema debería haber puesto en cuestión si los alumnos tienen claro que son necesarios 14 potes de  $\frac{1}{4}$  para completar el pedido, y simplemente no lo escribieron, o si fueron completando kilos con potes de  $\frac{1}{4}$  hasta llegar a 5, perdiendo en el camino la pregunta del problema que implicaría volver atrás y contar cuántos potes de  $\frac{1}{4}$  utilizaron, error que es frecuente cuando se resuelve problemas en los que es necesario hallar el complemento.

Esta forma de gestionar la lectura del procedimiento plantea el interrogante **respecto de quién lo está interpretando**, y podría estar ocultando lo que los alumnos están pensando o las dificultades que podrían tener.

Cuando la docente pone en consideración el procedimiento 2, ningún alumno responde, de lo que podría pensarse que aún no es clara para ellos la equivalencia entre los  $\frac{14}{4}$  que se consignan y 14 potes de  $\frac{1}{4}$  que surgió del análisis del procedimiento anterior.

El abandono de la discusión de este procedimiento, por parte de la docente, podría responder a varias causas: cree que es conveniente pasar a otro procedimiento cuya discusión podría arrojar luz sobre él; considera que no aporta al asunto que pretende discutir o porque momentáneamente no le es posible reelaborar sus conocimientos matemáticos de manera tal de imaginar un proceso de validación adecuado al conocimiento de los alumnos, lo que supone para el docente una reorganización de sus propios conocimientos (Sadovsky, 2005).

La escritura que se presenta implica interpretar una suma de fracciones de diferente denominador cuyo resultado es un número entero y, vista así, es muy diferente a lo que los alumnos están trabajando. Para éstos es difícil comprenderla, ya sea porque no cuentan con los conocimientos necesarios, o por que no pueden identificar en su escritura las relaciones que se están utilizando.

En el análisis del procedimiento 3 procede de la misma manera que con el 1, asumiendo explicitaciones de posibles pasos de resolución que supone que los alumnos pensaron en su elaboración y que no están consignados

A partir de la última intervención de la docente en el análisis de este procedimiento es que se desencadena un episodio que resulta importante analizar:

*(...) entonces si contamos todos los cuartos encontramos la respuesta al problema*  
*A: y bueno señora si contamos todos los cuartos son los 14 /4 como escribió Karen*  
*D: ¿y los 3/2 que son?*  
*A: ahhh, son los tres potes de medio.*  
*D: ¿qué piensan los demás?*  
*A: (vs) si estaba bien*  
*D: Bueno ven entonces que hay varias maneras de encontrar el mismo resultado Si?*

Es una alumna la que, por primera vez en la clase, establece una relación entre los procedimientos; la pregunta que realiza la docente a la clase retomando esto no es suficiente para devolver la cuestión a los alumnos y, una vez más, es ella la que asume la responsabilidad de elaborar la conclusión que debería haber surgido de la discusión.

Los procedimientos presentan numerosas situaciones que podrían ser planteadas a los alumnos como contradictorias. Dos de ellos muestran una serie de sumas (de  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{4}$ ) cuyo resultado es 5, otro muestra una suma  $14/4$  y  $3/2$ , y un tercero, una suma de  $\frac{1}{4}$  que da  $3\frac{1}{2}$ , y se dice que la respuesta al problema es  $14/4$ .

A lo largo de la confrontación, la docente valida los 5 kilos -resultado de la suma de los medios y cuartos que se presentan en el procedimiento 1- como equivalente a 14 potes de  $\frac{1}{4}$ ,<sup>4</sup> a la vez que completa el procedimiento 3 para obtener la respuesta, validando los  $3\frac{1}{2}$  kilos obtenidos por los alumnos a partir de sumar de 14 veces  $\frac{1}{4}$ . Se considera que una de las razones por las que la docente se siente habilitada a realizar estas validaciones son las interpretaciones o sobre interpretaciones y explicitaciones que realiza de algunas partes de los procedimientos.

Presumiblemente, la “buena” interpretación de lo que los alumnos escribieron como procedimiento para encontrar la respuesta al problema llevó a la docente a ocultar sus diferencias, lo que no permitió que surja la incertidumbre que éstas podrían haber inducido. Plantear a la clase cuál es la respuesta al problema, y pedirles que argumenten acerca de cuál procedimiento es el correcto, ya que las “cuentas” que se escriben son muy diferentes -tres dan como resultado 5 y otra  $3\frac{1}{2}$ , a la vez que las que dan 5 tiene distintos sumandos- podrían haber sido formas de crear incertidumbre que los lleve analizar los procedimientos. Las que están bien deberían dar lo mismo y si dan lo mismo deberían ser iguales, podrían haber sido conjeturas a la que se apele para crear contradicciones y así sostener la incertidumbre creando la posibilidad de provocar que los alumnos apelen a criterios

---

<sup>4</sup> Intervenciones (17) (18) (19) de la transcripción del registro.



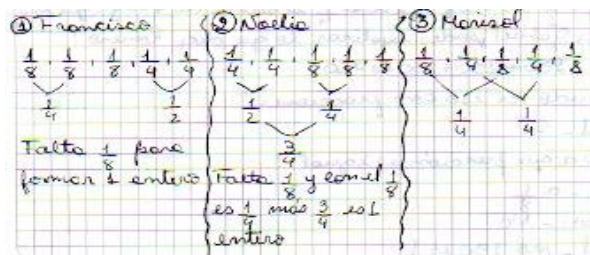
intrínsecos al conocimiento para argumentar en el proceso de validación de los procedimientos. Esto nos remite a la función de la **contradicción** en situaciones de aprendizaje de Balacheff (1987), para quien ésta sería un motor para el desencadenamiento de un proceso de prueba en el alumno, y en consecuencia de un avance en sus conocimientos. Por otro lado, indagar sobre la relación existente entre la serie de sumas de 4 cuartos y la suma final de dos cuartos que se presenta en el procedimiento 1, y las sumas de cuartos que se presenta en el procedimiento 3, podrían haber contribuido a que los alumnos expliciten qué es lo que obtiene en cada caso en el contexto del problema, y se identifique qué es lo que se busca con ellas en relación a la pregunta del problema. El pedir argumentaciones a la clase en relación al hallazgo que realiza la alumna que establece la relación entre lo que se concluye en el análisis del procedimiento 3 y el 2, podría haber permitido que más alumnos la comprendan y se reflexione, no ya sobre las relaciones entre cuartos medios y enteros, sino cómo éstas pueden ser utilizadas para obtener resultados con fracciones que no son de numerador 1, como la mayoría de las que se están utilizando. De esta manera, las discusiones en clase permitirían que la información utilizada no quede restringida al problema que se resolvió, sino que se identifiquen las relaciones usadas, a fin de que queden disponibles para su uso en otras situaciones.

Las dificultades con las que la gestión de esta clase enfrenta al docente podrían estar relacionadas con el hecho de que en su proyecto primó el objetivo de que se pongan en evidencia las relaciones entre fracciones con que cuentan los alumnos, dejando en un segundo plano los objetivos que se relacionan con el desarrollo de capacidades de análisis y argumentación acerca de lo producido, malográndose así la posibilidad de involucrar a los alumnos en el proceso de validación.

### **CASO 3: Los alumnos validan sus procedimientos**

Se trata aquí de una clase en la que se discute si con las fracciones dadas es posible formar un entero o no y, en caso de que no se pudiera, se requiere decir cuánto faltaría para formarlo.

Se seleccionó esta clase porque se entiende que da muestras de algunas intervenciones docentes que habilitan procesos de validación bajo la responsabilidad de los alumnos; procesos que se intentan describir y explicar en este apartado. En el primer episodio de clase se exponen tres procedimientos que presentan algunas diferencias entre sí y puede verse, en la gestión del debate de la confrontación, la intención del practicante de cuestionar a los alumnos sobre los puntos distintivos que aporta cada uno de ellos. Las producciones expuestas en el pizarrón son las siguientes:



Los procedimientos de Francisco y de Noelia son correctos y dicen que falta  $\frac{1}{8}$  para completar el entero, sólo se diferencian en que Noelia se expresa más en la explicación acerca de cómo con el octavo “que falta” y lo que tiene ( $\frac{3}{4}$  y  $\frac{1}{8}$ ), puede conformar el entero. El tercer procedimiento, en cambio, es incorrecto ya que señala que  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{4}$  es  $\frac{1}{4}$  y, además, no escribe la respuesta del problema, lo que impide evaluar si esa relación errónea es sólo de formulación, o si se sostiene en un concepto adquirido.

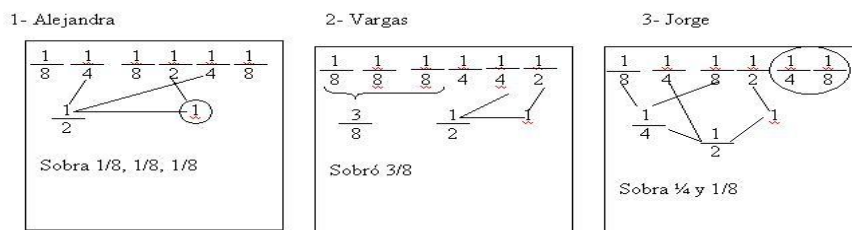
### Episodio 1

1. P: Vamos a mirar el procedimiento tres	21. P: y puedo ver eso con fracciones?
2. Claudio: Está mal	22. Gabriel: Si
3. P: ¿Por qué?	23. P: 250 a qué fracción es igual?
4. Franco: porque ahí dice que $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ es $\frac{1}{2}$	24. Gabriel. A $\frac{1}{8}$
5. P: ¿Qué dicen los demás?	25. Cristian: No
6. Vargas: si, 2 de $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{2}$ por eso está mal	26. Gabriel: no 250 es $\frac{1}{4}$
7. Jorge: $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ es $\frac{1}{4}$ no $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	27. P: entonces por qué dicen que $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ es $\frac{3}{4}$ ?
8. P: ¿Entonces cómo se puede arreglar este procedimiento?	28. Rocío porque en el medio hay dos de $\frac{1}{4}$ y más $\frac{1}{4}$ son $\frac{3}{4}$
9. Enzo: Donde agrupo $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ ponemos $\frac{1}{2}$	29. P: ¿Están de acuerdo?
10. P: ¿Está bien así?	30. As: si...
11. As: si...	31. P: A ver Claudio ¿Cómo sería entonces?
12. Cristian: Quedó como el proced. 2	32. Claudio: $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ es $\frac{3}{4}$ porque en $\frac{1}{2}$ hay $\frac{2}{4}$ y le suma $\frac{1}{4}$ y me dio $\frac{3}{4}$
13. P: Como está acá? (mostrando el procedimiento 2)	33. P: El resto de la clase está de acuerdo?
14. As: Si...	34. Al: Si
15. P: Veamos entonces lo que hace Noelia acá A ver Jorge, podés explicar qué hace tu compañera?	35. P: En $\frac{1}{2}$ hay $\frac{2}{4}$ ?
16. Jorge: $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{2}$ ; y $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{8}$ es $\frac{1}{4}$ , y después junto $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ y le da $\frac{3}{4}$	36. Enzo: Si 2 de $\frac{1}{4}$ es $\frac{1}{2}$
17. P: ¿ $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ es $\frac{3}{4}$ ¿Cómo pueden saber que es $\frac{3}{4}$ ?	37. P: Y después? Franco como sigue?
18. Romero: $\frac{1}{2}$ es 500 gr. y 250 es $\frac{1}{4}$ si suma da 750 g que es $\frac{3}{4}$ .	38. Franco: Entonces tiene $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{8}$ entonces le falta $\frac{1}{8}$ y con el $\frac{1}{8}$ le da $\frac{1}{4}$
19. P: A ver Gabriel podés explicar lo que dice Romero?	39. P: está bien?
20. Gabriel: $250+250+250$ es 750.	40. As: si...
	41. P: ¿Cuál sería entonces la respuesta correcta?
	42. Melisa: No se forma el entero, falta $\frac{1}{8}$
	43. P: Está bien?
	44. As: Si...

En este fragmento se observa que, si bien se inicia con preguntas abiertas (Interv.1) como en el Caso 1, luego se repregunta a diferentes alumnos sobre la opinión de los compañeros y se propone pensar en cómo arreglar lo que está mal; de este modo, se está dando una **nueva tarea** centrada específicamente en el procedimiento expuesto, y requiere para ella, poner en juego los conocimientos adquiridos respecto de la situación, establecer relaciones entre ellos para producir una nueva respuesta y explicitarla en forma de reformulación de un procedimiento de otro.

Se evidencia así de qué modo la problematización sobre los procedimientos expuestos demanda reelaboraciones que implican para los alumnos volver a poner en juego sus conocimientos y no simplemente limitarse a “contar” lo que ya hicieron. Surgen aquí argumentos de validación que utilizan diferentes recursos (fracciones, medidas de capacidad,...) que son puestos en comparación a partir de la gestión del practicante (intervención 21, 23 y sgtes), favoreciendo que los alumnos se descentren y puedan introducirse en procedimientos de otros, volviendo sobre sus recursos para construir sus formulaciones.

Con este tipo de intervención docente la confrontación se constituye en un momento muy fuerte de construcción de conocimientos dentro de la clase, en el cual, la tarea de validar se propone a través de nuevos cuestionamientos para los que es necesario volver sobre lo elaborado durante la resolución, cuestionarlo, reformularlo, ponerlo a prueba y, de este modo, afianzarlo.



## Episodio 2

- |   |  |
|---|--|
| 45. P: Lencinas podés explicar el procedimiento 3   | 1/8 es 1/8, 1/8, 1/8.  |
| 46. Lencinas: Acá (indicando el procedimiento 9) Junto 1/8 y 1/8 y le dio 1/4 y ese 1/4 junto con otra 1/4 le dio 1/2 y le suma 1/2 y dio 1 entero y sobró 1/4 y 1/8. | 62. Rojas: O sea 3/8   |
| 47. P: ¿Está bien lo que explicó Lencinas?  | 63. P: ¿Cómo decís Rojas?  |
| 48. As: Si...   | 64. Rojas: Digo que 1/8, 1/8, 1/8 es 3/8   |
| 49. P: Entonces Rocío se completa el entero ¿Sobra o falta?   | 65. P: Veamos el proced. 2 ¿este procedimiento es distinto de los otros?           |
| 50. Rocío: Sobró 1/4 y 1/8  | 66. Claudio: el 2 es igual al 1°   |
| 51. P: Veamos el procedimiento 1. Rojas podés explicar?   | 67. P: ¿Por qué? ¿Están de acuerdo?  |
| 52. Rojas Acá junta 1/4 con 1/4 y obtiene 1/2 después ese 1/2 juntó con 1/2 y ahí ya formó el entero.   | 68. Claudio: porque junta las fracciones, igual que en el proced. 1.               |
| 53. P: ¿Entonces le sobra?  | 69. Enzo: Pero en el 2 dice que sobra 3/8 y en el 1 dice 1/8, 1/8, 1/8.            |
| 54. Rojas Si. Le sobra 1/8, 1/8, 1/8.   | 70. P: Entonces son parecidos o no?  |
| 55. P: Está bien Gutiérrez?   | 71. Franco: Si, son iguales porque 3/8 es lo mismo que 1/8, 1/8, 1/8.              |
| 56. Gutiérrez: Si. Porque ahí (en el proced. 1) se ven los 3 de 1/8 que no utilizó para formar el entero.   | 72. P: ¿Y 1/8 y 1/4?   |
| 57. P: Entonces veamos. En el procedimiento 3 dice que sobra 1/4 y 1/8 y en el 1° dice que sobra 1/8, 1/8, 1/8. ¿Cuál de los dos es correcto?                         | 73. Gabriel: Es lo mismo que 3/8, porque 1/4 tiene 2/8 + 1/8 es 3/8.               |
| 58. es 3/8  | 74. P: ¿Están de acuerdo?  |
| 59. Cristian: Los 2 están bien.   | 75. Al: Si...  |
| 60. P: Por qué? Están seguros que los dos están bien?   | 76. P: Entonces la respuesta cuál es?  |
| 61. Franco: Si porque 1/4 es igual a 1/8 y 1/8 y otra de  | 77. Jorge: se puede poner cualquiera de las tres porque las 3 significan lo mismo. |
|   | 78. P: ¿Cómo serían eso Rojas?   |
|   | 79. Rojas: 1/8, 1/8, 1/8 o 3/8 o 1/4 y 1/8 también                                 |

Se halla aquí una cuestión crucial en la generación de procesos de validación: la gestión de la incertidumbre como vehículo de finalidad y sentido del traspaso de responsabilidad hacia los alumnos.

Para que la decisión sobre la corrección o no de un procedimiento se presente como necesaria para los alumnos debe haber una cierta incertidumbre sobre la validez de las respuestas dadas. En este fragmento se puede ver cómo el practicante selecciona tres procedimientos, que si bien son correctos (todos los procedimientos fueron correctos en esta clase), presentan diferentes expresiones numéricas de la misma respuesta y, a diferencia de la omisión a la que se hace referencia en la intervención docente del Caso 2, aquí se requiere a los alumnos fundamentar sobre su equivalencia, o no (Interv. 13, 16, 26 y 32). A pesar de que en los tres casos los niños concluyen que la respuesta **está bien**, el practicante hace notar la diferencia entre ellas, y genera incertidumbre respecto de si pueden darse respuestas correctas que no sean la misma y solicita argumentos sobre su afirmación. Nuevamente aquí se ve una gestión del practicante que crea nuevas situaciones problemáticas a los alumnos frente a cada afirmación surgida en el debate, lo que los insta a elaborar construcciones nuevas y a producir nuevo conocimiento en este momento de la clase.

Se considera que este episodio transparenta una vez más la importancia de las instancias de debate como generadoras de conocimiento y recursos de validación, enmarcadas en la imprescindible intervención docente orientada en este sentido.

En este caso, se está en presencia de un practicante que es consecuente con un proyecto de enseñanza en la selección de las actividades propuestas, en la identificación de respuestas y procedimientos que anticipan la problematización de núcleos sustanciales del contenido puesto en obra, así como también, en las discusiones que a partir de ellos lleva a cabo, en los momentos que habilita la validación de las respuestas (o la pospone) y en las institucionalizaciones que logra instalar en clase.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un conjunto de casos que permiten mostrar la complejidad del proceso de aprendizaje de los docentes y practicantes que intentan dejar un modelo de enseñanza que guarda para ellos la responsabilidad de decir qué está bien o mal, para adentrarse en otro que traspasa a los alumnos la responsabilidad de validación. En particular, muestra la complejidad del nuevo modelo ¿qué es necesario saber respecto del contenido, las situaciones propuestas y los conocimientos de los alumnos para llevar adelante la propuesta?, ¿qué significa anticipar posibles respuestas de los niños y temas de discusión que habilitan

determinadas situaciones?, ¿de qué manera y con qué tipo de preguntas se facilita la devolución de la responsabilidad de validación a los alumnos?, entre otros aspectos.

### **Las anticipaciones y su incidencia en la gestión docente**

En encuentros preparatorios se pudo observar cómo las anticipaciones realizadas respecto de las respuestas de los alumnos, temas factibles de discusión a partir de las situaciones propuestas y organizaciones sociales posibles, permitieron a los docentes y practicantes construir un proyecto de enseñanza consistente estructuralmente con el modelo de enseñanza propuesto y con los objetivos a corto plazo, que tienen que ver con las metas previstas para cada una de las clases de la secuencia.

Como se sostiene en el análisis de los casos, se observó una estructura de la clase que propicia el trabajo autónomo de los alumnos y posibilita la elaboración de recursos propios de resolución por parte de ellos.

Del mismo modo, se observó que en la mayoría de los casos pudo seleccionarse diferentes procedimientos de los alumnos para su discusión y, generalmente, dichos procedimientos abordaban nudos problemáticos anticipados.

Sin embargo, se constató una clara dificultad para gestionar el debate a partir de los procedimientos seleccionados y las apreciaciones que los niños hacían al respecto.

Se entiende que esta dificultad se relaciona con la imposibilidad de leer, en términos de conocimientos, las producciones espontáneas de los alumnos. Esto tiene que ver con una característica del nuevo modelo de enseñanza que se introduce en el que, al habilitar a los alumnos a crear y producir, aparece el conocimiento con tantas “vestimentas” distintas como producciones diferentes de los alumnos surjan en una clase. En el modelo tradicional no se hace necesaria esta lectura e interpretación en términos de conocimientos de los procedimientos y técnicas utilizadas, ya que hay una manera única aceptada como pertinente para resolver un cierto tipo de problemas, al que también está asociada una única forma de escribir esa producción.

Otra dificultad percibida se relaciona con la complejidad que entraña la construcción de un proyecto de enseñanza que implica sostener objetivos macro de la matemática, a la vez que objetivos específicos de cada clase o secuencia. En este contexto, se observó que los docentes y los practicantes construyen objetivos a corto plazo que tienen que ver con los objetivos de la secuencia previstos desde las reuniones de preparación para cada una de las clases, y dejan de lado objetivos que trascienden a ella y que aparecen en forma transversal, como los de resolución de problema.

### **Algunas intervenciones docentes que facilitan el traspaso de la responsabilidad de validación de los docentes hacia los alumnos**

La problematización de los procedimientos de los alumnos produce en la confrontación nuevas tareas para ellos, que se constituyen en una estrategia de intervención que, al demandar la movilización de conocimientos para la producción de argumentos, genera recursos de validación por parte de los alumnos.

La puntualización sobre cuestiones concretas y acotadas a debatir organiza la discusión y recorta los problemas, facilitando a los alumnos seguir las discusiones e intervenir en ellas. Cuando los debates pierden organización, son pocos los alumnos (generalmente los más adelantados) que son capaces de sostenerlos y dejan de lado, sobre todo, a los alumnos que más dificultades tienen a la hora de expresar sus ideas y, más aún, defenderlas.

### **Algunos conocimientos de los practicantes y docentes observados como necesarios para la gestión de la validación dentro del modelo propuesto**

La disponibilidad de conceptos didácticos matemáticos, tales como las relaciones entre diferentes conceptos matemáticos puestos en obra, los sentidos y significados de un concepto que movilizan determinadas situaciones y los diferentes registros que puede tener un mismo contenido, posibilitan a practicantes y docentes reelaborar sus conocimientos matemáticos de manera tal de imaginar un proceso de validación adecuado al conocimiento de los alumnos y gestionarlo, así como también, interpretar los procedimientos y respuestas de los alumnos en términos de conocimientos matemáticos. A partir de esta identificación es que se hace posible para el docente generar nuevos problemas para los alumnos en la etapa de debate, que habiliten instancias de elaboración de argumentos por parte de ellos y produzcan recursos genuinos de validación.

### **REFLEXIONES FINALES**

Como formadores de formadores se considera fundamental señalar la relevancia de entender que la incorporación de un cierto modelo de enseñanza en las clases implica, tanto para el docente como para el practicante un proceso de aprendizaje que, como tal, necesita acompañamiento e implica construcción de conocimiento, reelaboraciones y reinversiones del mismo, que se revelan muchas veces en dificultades de gestión que son necesarias entender como naturales en cualquier sujeto que aprende y no deben ser asumidas como simples errores en la implementación, que deben ser subsanados. Estudiar, describir y analizar estas dificultades posibilita a los formadores construir un proyecto de enseñanza que las contemple, para poder realizar un mejor acompañamiento en el proceso de aprendizaje de estos docentes y practicantes. Es el sentido y la contribución que se intenta aportar con este trabajo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Arsac, G; Chapiron G.; Colonna, A.; Guicahard, M.** (1992) « *Initiation au raisonnement déductif au collège* ». Lyon, Presses Universitaires de Lyon. Francia
- Artigue, M. y otros.** (1995): “*Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*”. Grupo Editorial Iberoamericana. México
- Balacheff, N.** (1987) “*Procesos de prueba y situaciones de validación*”. Educational Studies in Mathematics 18; 147 – 176.
- Barrionuevo, C.** (2008) “*La producción de argumentos de tipo deductivos en clase a propósito los criterios de congruencia de triángulos*”. UNNE. Inédita.
- Brousseau, G.**(1986) « *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques* ». Recherches en Didactique des Mathématiques. 7 (2), 33-116
- Cobb, P.; Yackel, E.** (1996) “*Normas sociomatemáticas, argumentación y autonomía en Matemática*”. Journal for Research in Mathematics Education. 27.(4)., 458 – 477.USA
- Gorostegui, E.** (2007) “*Estudio de las condiciones de funcionamiento de un sistema didáctico orientado hacia la entrada de los alumnos al razonamiento deductivo*” Tesina para obtención de grado de Licenciatura .UNNE. Inédita.
- Parra, C.; Saiz, I** (2007) “*Enseñar aritmética a los más chicos. De la exploración al dominio*” Homo Sapiens. Bs. As
- Quaranta, E; Tarasow, P** (2004) “*Validación y producción de conocimientos sobre interpretaciones numéricas*” Relime Vol.7, 3; 219-234.-
- Sadovsky, P** (2003): “*Condiciones didácticas para un espacio de articulación entre prácticas aritméticas y prácticas algebraicas*. Tesis doctoral. UBA. Bs. As.
- Sadovsky, P.** (2005): “*Enseñar Matemática hoy. Miradas sentidos y desafíos*”. Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- Saiz, I.** (2001-2003): “*La gestión de lo verdadero y lo falso en los primeros años de aprendizaje de la Matemática*” Universidad Nacional de Misiones. Inédito.